



TITLE:

2.種々の系におけるパターン形成 (パターン形成,運動と統計,研究会 報告)

AUTHOR(S):

甲斐, 昌一

CITATION:

甲斐, 昌一. 2.種々の系におけるパターン形成(パターン形成,運動と統計,研究会報告). 物性研究 1985, 44(3): 424-431

ISSUE DATE:

1985-06-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91614>

RIGHT:

物理では例えば相互作用している 10^{26} 個の分子の運動方程式の解をまともに見出そうとは先づ考えない。そうではなくて、Boltzmann 方程式や巨視的方程式に縮約する事が先決であると考ええる。非線形場の方程式も、まともに解けない点では 10^{26} 個の分子の運動方程式と同じである以上非線形場の方程式を更に縮約してより見通しのよい中間段階の方程式を出す方向が当然考えられる。即ち、ここには非線形場の方程式を、もはや解くべき対象とは見做さずにその様な方程式で記述される体系の“物性”を見ようとする行き方である。こうして出て来たのが広義のパターン — 例えば界面、渦糸等のトポロジカルな欠陥や phase variable — の従う運動方程式である (pattern dynamics)*)。この様なものとして今まで出された方程式に Pomeau, Manneville, 蔵本等による phase dynamics, それからトポロジカルな欠陥の kinetic equation や欠陥と phase を結合させた defect-phase dynamics 等が挙げられるがこれ等に限られることはないであろう。一方 pattern dynamics 自体一般には非線形で今度はこれを解く問題、更には random pattern の統計の問題等が出てくる。そうするとここでも又縮約の可能性を探る必要も出てくる。

結論としてパターンの問題はカオスの問題と共に臨界現象以後の統計物理学の主要な問題の一つになりつつあると言える。

2. 種々の系におけるパターン形成

九州工業大学・工 甲 斐 昌 一

1. はじめに

種々の系において非常に類似したパターン形成がみられる。そこでいくつかの系で我々の研究結果を報告する予定であったが、都合で今回は液晶の電気流体力学的効果 (EHD ; 強制パラメータ振動も含む) にみられる構造形成過程についてそのダイナミクスを報告する。

液晶の EHD では印加周波数が $f < f_c$ であれば、外力を増すとともに 2 次元のロール状のパターンから始まる一連の転移をへて完全乱流へと発達していく¹⁾。この過程での最初の不安定性近傍のいくつかの研究結果は既に報告した²⁾。一方 $f > f_c$ では空間電荷の蓄積とともに dir-

*) Newell-Whitehead, Segel 等の amplitude equation もこの様な考え方に沿った試みと言える。

ector の強制パラメータ振動の振幅が増大していくが、この系は構造は膜厚と比較して十分に小さく本来3次元とみなせる。この小稿では $f > f_c$ における構造形成の揺動と動的挙動を、そして2次元系の $f < f_c$ のロール状対流発生過程では欠陥の運動と巨視秩序の発達を報告する。

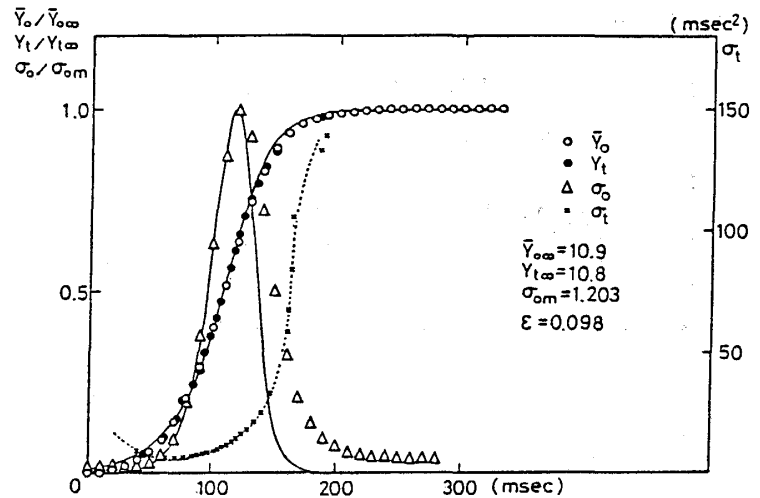


図1 $f > f_c$ での秩序形成過程

2. $f > f_c$ における秩序形成過程^{3,4)}

この詳細については既に報告済み³⁾であるが、まとめると図1に示すような結果に代表される。すなわち、

- ① 分散 σ は形成途中 $t = t_m$ にて極大値 σ_m を持った後に減少する、
- ② 一様系に対する鈴木理論は初期状態 $t < t_m$ では良い一致を示すが、 $t > t_m$ でははずれが大きい、
- ③ most probable path \bar{y}_0 のまわりの分布は $t \ll t_m$ ではガウス分布であるが、 t_m に近づくにつれて ($t \sim 0.8 t_m$ 付近より) ガウス分布からはずれた非対称分布となり、 $t > t_m$ では結晶成長におけるサイズの定常分布にみられる Lifshitz-Slyozov-Wagner (LSW) 分布に近づく、
- ④ 外部雑音が印加されると、初期状態 ($t < t_m$) の分布は対数正規分布によく一致し、 $t \sim t_m$ でガウス分布となり、 $t \sim t_m$ では再び LSW型となる、
- ⑤ このような分布から、成長過程が $t > t_m$ では拡散過程が律速となり、 $t < t_m$ では核生成あるいは界面反応が律速なる過程であると考えられる。特に $t \sim t_m$ 近傍で、巨視秩序の核生成率はなくなり、成長過程に入るものと考えられる、

であった。

少し具体的に示すと、図2に示すように考えられる。つまり各々異なった成長率を持ったルートがあり、その各時間における偏差が最大になるのが t_m である。時間的なアンサンブルと空間的なアンサンブルが等しいとすると、このような path が空間的に分布しており (図3(A)), ある時刻 t でのその空間分布をとると、上記のような分布となっている。ここで、 \bar{y}_0 は時刻 t における平均的な path (most probable path) での巨視秩序であり、 $y_1 > \dots > y_n$ は各々、

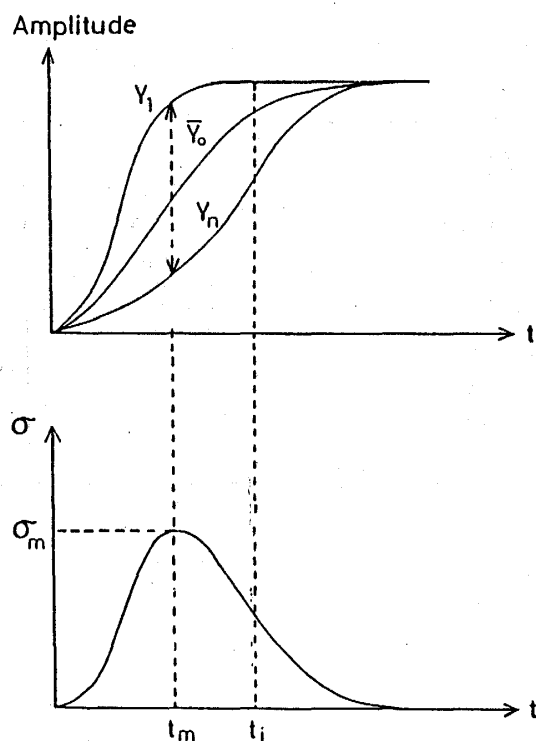


図2 巨視秩序形成と揺動の発展

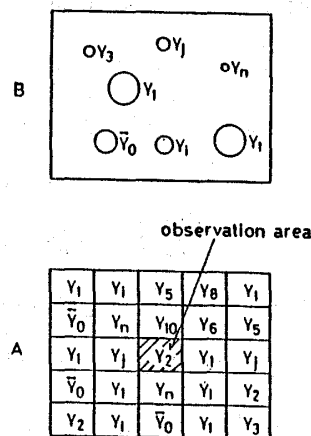


図3 A 本実験系
B ドロップレットの成長系

各 path 上の値で y_i の方が y_{i+1} よりもより後期状態にある。したがって、結晶成長では y_i の方が y_{i+1} を食っていくことになる。このとき y は結晶のサイズを意味することになる (図3(B))。直接には、 $f < f_c$ のロール構造との類似性は次元 (2次元と3次元) が違うので言えないが、参考にとすると、図3(A)の隣りあったブロックの成長率、状態の差が大きい場合には欠陥を生じるが、これはただちに解消されるようである。近い場合には、その欠陥は解消されにくい。またあまりに大きい場合には、欠陥が実現される前に一方の構造が成長していく。これらの振舞いは、アスペクト比 Γ が十分大きいときに顕著である。

3. $f < f_c$ にみられる対流構造の形成過程

液晶における2次元ロール対流は、液晶封入時の封入方向によって一義的に配列が決まる。アスペクト比が $\Gamma_{\parallel} (l_{\parallel}/d)$, $\Gamma_{\perp} (l_{\perp}/d)$ 共に極めて大きい場合にはロールは端から端まで一本で続くことは

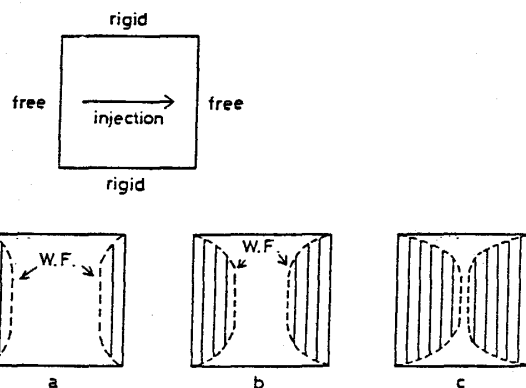


図4 液晶の封入方向、境界条件とロール対流の成長過程。W. F. はロール対流と無対流の間の界面を示す。各実線のストライプはロール流を示す。界面はロールに平行に生じている。

なく、途中で切れる。これは一般に後に slip 欠陥を形成す。ここで d は膜厚, l_{\perp} , l_{\parallel} は各々ロールに垂直と平行方向の境界の長さである。また図 4 に示すように, free boundary (F.B.)の長さが短いセル(大体 1 mm~2 mm 程度)では rigid boundary (R.B.)から rigid boundary まで一本のロールでつながる。その成長の様子は図 a, b, c に示されているが, R.B. に直角に並んでいるのは, 液晶の injection 方向が R.B. と平行であるためである。また wave front (図中 W.F.) は図に

示すような成長をし, R.B. 近傍は進行速度が遅く, 真中で速い。一方図 5 では, 四面とも自由境界を持ち, かつ injection 方向が対角方向である場合には, その方向に垂直な方向から垂直向きのロールが形成される⁵⁾ このロール形成時の W.F. の性質は前図と比較すると分かるように異なっていて, ロールに垂直の W.F. を持っている。反対側の対角方向からロール形成が始まるならば, W.F. の性質

は図 4 と同一であるが, 中心部の成長は必ずしも速くないため, 端の成長の差の関係で図 5 でみられるような曲率の奇妙な W.F. を形成することになる。このため W.F. がロールと平行になると, ロール形成に不利になるので垂直界面を形成するものと思われる。また, 真中で出会ったロールはこの場合整合せずに, 一連の slip 欠陥をしばしば形成する。この図 4 と図 5 での W.F. の先端速度は異なっていて, 図 5 型の W.F. の方が速い。このように, 液晶では director の初期配向のみによってロールの方向が決まるために, 図 5 のような等方性流体ではみられない W.F. の発展を示す。このような図 4 の様子は図 6 に実際の系で示されている。A, B, C, D, E, F は各々 16, 18, 43, 60, 78, 118 sec の W.F. の位置である。図 7 は, $\Gamma_{\parallel} = \Gamma_{\perp}$

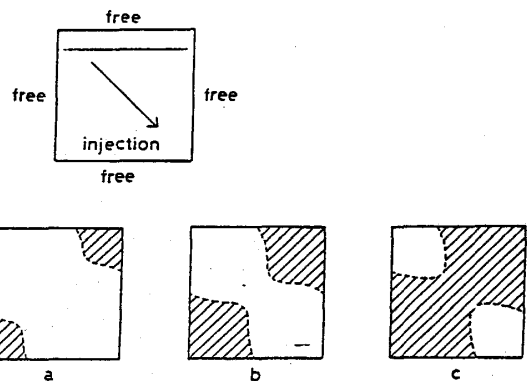


図5 封入方向が境界と斜めの場合。W.F. がロールに垂直に生じていることに注意。これは成長の最大効率と関係するものと思われる。

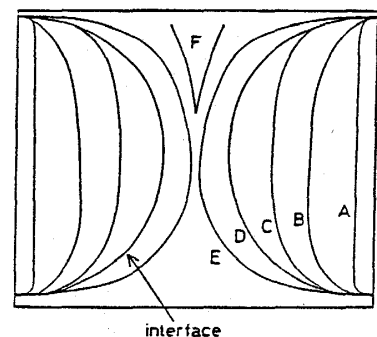


図6 $\Gamma_{\parallel} : \Gamma_{\perp} = 2 : 3$ のセルにおける界面 (W.F.) の進行。界面内は一見ホモジニアスにロールが生じている。

= 56, $\varepsilon = 0.03$ の液晶の 2 次元ロールの発達の様子および欠陥の運動を示している。系は十分大きいために、ロールが途中で切れ、不均一な形成が生じている。また、形成の方向は図 5 型である。したがって、反対角方向の形成は一般に遅れる。この図に示されているように A の欠陥は最初に gliding を行なって、もう一つの欠陥の存在するロール上にくると、その間の間隔 $L = (L_{\parallel}^2 + L_{\perp}^2)^{1/2}$ がある距離 $\xi (\sim 3L_0)$;

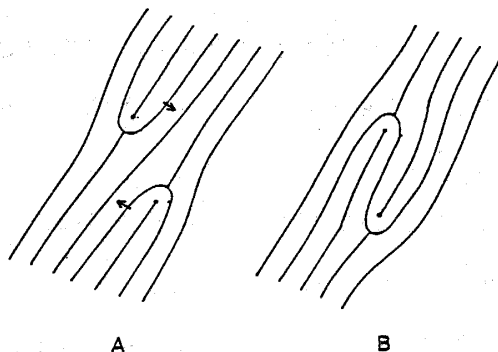


図7 ロール構造の発達。a, b, c, ... は各々 70, 90, 140, 160, 210, 240, 300, 600 sec の状態を示す。

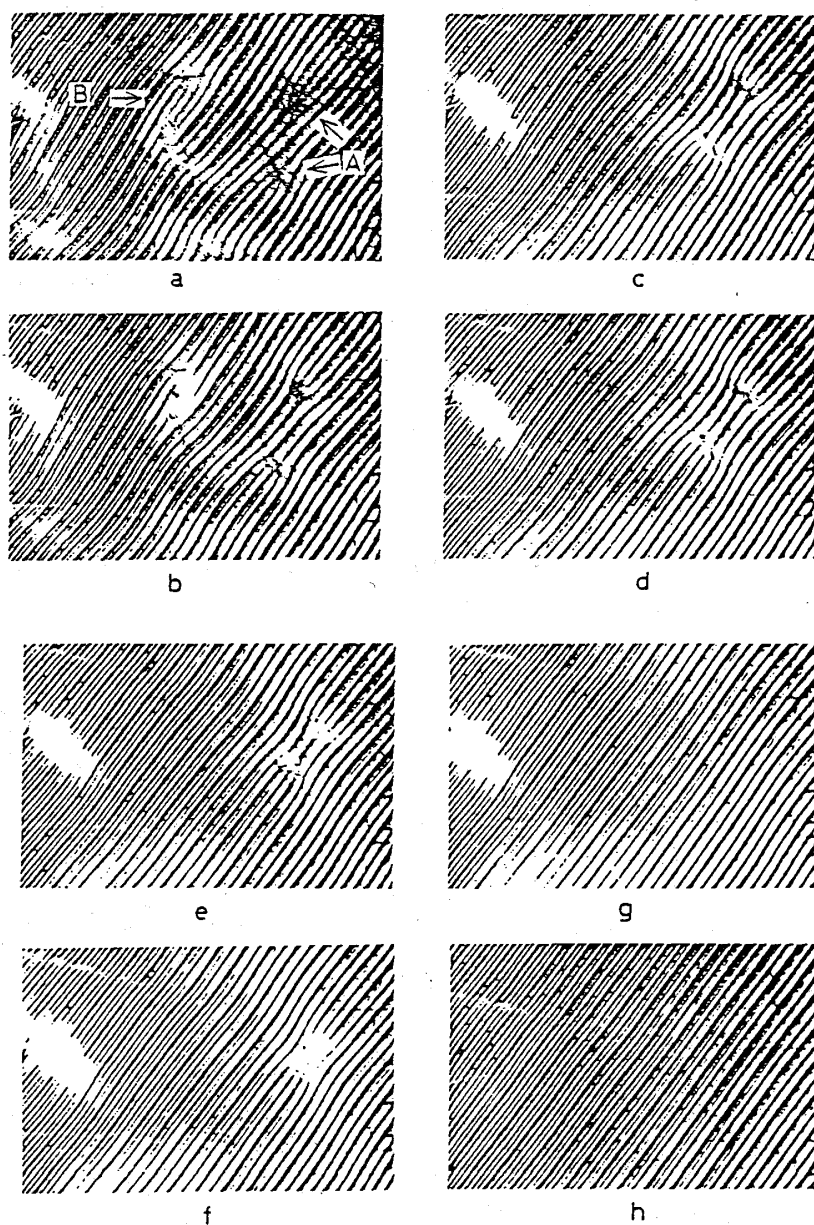


図8 欠陥

L_0 : 1対のロールの間隔)よりも小さい場合には climbing によって合体する。図8 (Aは同一ロール上に来た点を示す)のこの様子はエマルジョン粒子の合体等と大変良く似た挙動である。また、孤立欠陥はほとんど解消することなしに生き残る。波数の変化を伴わない slip 状の欠陥は通常比較的早い時期に解消する。また図9に示すように、A型(図8のような欠陥ペア)は gliding の後に climbing を生じ解消するが、B型(欠陥の符号は \oplus と \ominus)は素早く gliding, climbing の区別なしに直接解消する(一連の写真中Bの欠陥を参照)。この形成過程で気づくことは次の点である。

- 1) $t < t_{1/2}$ ではロール構造は全系に生じていず、局所的に薄く現われている。いいかえれば、ロール構造のない空の領域(古い相; 無秩序相)とロール構造の領域(新しい相)のドメインがあり明確な界面を形成している。
- 2) $t_{1/2}$ (これは分散 σ が最大となる時間あたり)で全系にロール構造が現われる。ただし、欠陥が局所的に存在する。ここで $t_{1/2}$ は秩序が半分まで立ち上がった時間である。
- 3) $t > t_{1/2}$ で欠陥の生成消滅が生じる。
- 4) 界面らしきものの発生は、分散 σ および、 y の立ち上がり始めた時間近傍で生じる。
- 5) 全欠陥(ただし全領域ではなく、約 1/2 程度である)の時間変化は図10に示すように、ある時間から $t^{-1/2}$ に比例して減少する。

その時間 $t \sim 70 \text{ sec}$ は、ほぼ $t_{1/2}$ に近い。これは、秩序の大体の形成は t_m 近傍で終了し、以後は欠陥の動的挙動によって秩序間の再整合を行なうことを示している。つまり、パターン選択はこれ以後 ($t > t_{1/2}$) に開始しているといえる。

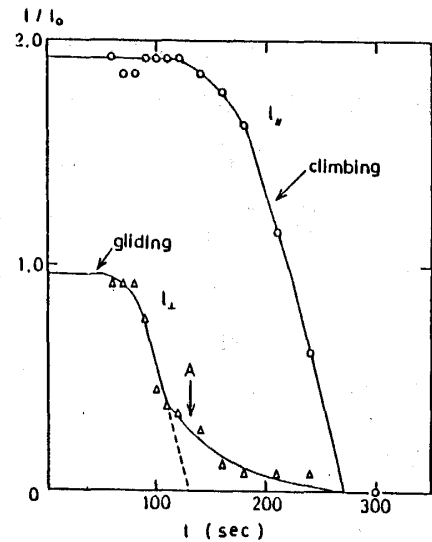


図9 A型の欠陥ペアの合体の時間変化。 $l_{||}$ はロールに平行方向の欠陥間の距離、 l_{\perp} は垂直方向の距離。図中Aは、1つの欠陥が gliding によって同一ロール内に入ってきたことを示す。 ϵ が大きいと行きすぎを生じるが、行きすぎ戻りを繰り返しながら接近していく。

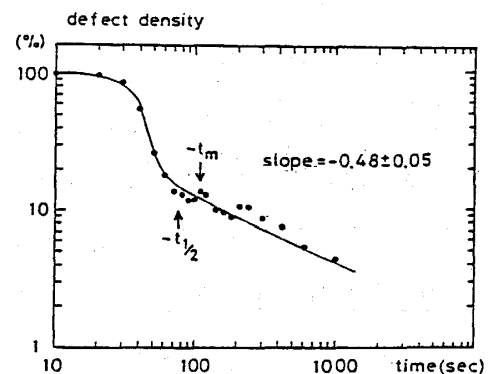


図10 欠陥量の時間変化。ただし、 $t < t_{1/2}$ ではロール対流の生じていない領域の面積と全面積の比を示す。

また外力(ε)を少し増大させると、図9のA型欠陥ペアは振動性をもち、glidingが相手欠陥ペアのロールを通り過ぎて行きすぎを示し、その後戻り再び行きすぎを繰り返す。これは、ペア間の距離 L が大きいほど大きく、 L が小さくなるとともに振動性は減衰していく。これは欠陥に本来振動性があり、これがペア間の引力で局所化していることを意味しているものと思われる。この特性長 ξ_0 には ε 依存性があり、 ε が小さいほど ξ_0 は長い。また ε が十分大きくなると ξ_0 は非常に小さくなり、一度結合してもまた離れて欠陥ペアを形成する。これはカオス化したとも考えられる。

4. おわりに

以上、最近の進展について述べた。この定量的な研究は現在進行中であるが、基本的には分散の最大値を生じる時間(t_m)前後の状況は明らかに異なった動的状態にあるといえる。特に2次元ロール対流では、 $t \gtrsim t_m$ で全系にロール構造が一応見られることから巨視構造は形成されたものとみなせる。ただしこの構造はローカルにみると、全域とも同一成長状態にあるものではなく、場所場所で異なった状態にある。特に本研究で使用されたものが、四面自由境界の十分大きな Γ_{\parallel} , Γ_{\perp} の容器を使用しているために、このような性質が顕著にあらわれたものとも考えられる。通常、等方性流体では Γ が大ということは、方形容器では Γ_{\perp} が大きいことを意味し、 Γ_{\parallel} は一般にそれほど大ではない。この場合には、前にも述べたように長いロールが端から端まで生じる。

また、等方性熱対流ではロールは常に境界に垂直であるが、液晶では初期の封入条件によって一義的に決まり、境界に対して任意の角度を持たせることができる。一方、このことは等方性熱対流では必ず欠陥が四端に残ることになるが、液晶ではその必要がない。そのかわり、液晶は容器の上下面の影響を極めて強く感じ、上下面のわずかの不均一性によって巨視的な欠陥や、初期に不均一な成長を作ることができる。これは、終期あるいは最終状態では孤立欠陥を除いて補正されるようであるが、ともかく液晶は外界に非常に敏感で熱対流ではみられない性質、例えばミクロな確率量、境界変化を増幅して実現するとも言える。これが、図1に示すような分散の極大を導くとも考えられる。

参考文献

- 1) S. Kai and K. Hirakawa; Prog. Theor. Phys. suppl. **64** (1978) 212.
- 2) 甲斐昌一; 物性研究 **41** (1983) 514.
- 3) 甲斐昌一; 物性研究 (1984).

- 4) S. Kai et al. in preparation.
- 5) 自由境界とは、ここでは境界が rigid ではなくて流体（液晶）であることを意味する。

3. トポロジカルな非線型励起と相転移

阪大・教養 川 村 光

秩序状態からの励起としてフォノン・スピン波等の所謂線型励起の他に、ドメイン壁・vortex・インスタントン等非線型効果が本質的に重要な所謂トポロジカルな励起（欠陥）が存在し、しばしば重要な役割りを演ずる事は知られている。その際、欠陥の分類学に対してはホモトピー群の理論が極めて有効である¹⁾。他方、特に低次元系についてはその相転移現象に於いても、これらのトポロジカルな励起が本質的役割りを演ずる場合がある事が近年認識されており、2次元XYモデル（あるいはヘリウム薄膜）の相転移に対する Kosterlitz-Thouless 理論²⁾はその例である。トポロジカルな励起による相転移という概念自体はより一般的なものであろうという予想の下に、主として二次元系を中心にいくつかの典型的モデル系の相転移現象の研究を目下進めておりその結果について簡単に報告する。扱かうモデル系は

- i) 二次元XYモデル
- ii) 二次元ハイゼンベルクモデル
- iii) 二次元三角格子反強磁性ハイゼンベルクモデル
- iv) 二次元 Maier-Saupe モデル

i) 二次元XYモデル

この系は winding number に対応し、 $0, \pm 1, \pm 2, \dots$ の整数値(\mathbb{Z})をとるトポロジカルな量子数で特徴付けられる点欠陥（vortex）を持つ。single vortex はサイズに対数的によるエネルギーを持つ為、低温では正負の vortex がペアを作って励起される。Kosterlitz-Thouless によって指摘された様に、ある温度でこれらのペアはエントロピーの効果の為解離し、これが二次元XYモデルの相転移点を与える。通常の Long-range orderは有限温度では存在しないが、二体のスピン相関関数の漸近型は指数型か巾型へ変化する。